Сила Лоренца

И. Мисюченко.

СПб, 26 февраля 2017 г.

Известно, что сила возникает всегда, когда обнаруживается пространственная неоднородность какой-либо энергии. Например, неоднородность кинетической энергии молекул газа в пространстве «создаёт» силы давления, неоднородность потенциальной энергии тяготения – силу тяготения, неоднородность электрического и магнитного полей – пондеромоторные силы и т.д. и т.п. Причина понятна: все системы стремятся к состоянию с наименьшей энергией и если что-то препятствует такому стремлению, то это «что-то» испытывает силовое воздействие со стороны системы. Единственная ли это причина появления сил? Попробуем выяснить это в отношении силы Лоренца, которая лежит в самом фундаменте электродинамики и в то же время до сих пор вызывает огромное количество дискуссий. Попытаемся выяснить из чего она «состоит» и какими причинами порождается и понять, почему это старая концепция силового магнитного поля $\vec{B}$ является несостоятельной. Об этой несостоятельности говорят не только многочисленные опытные факты, не укладывающиеся в традиционные представления о «магнитном поле», но и теоретические трудности, к которым неоднократно приходили исследователи, пытаясь пользоваться «магнитным полем» как представлением о некоей самостоятельной ни к чему не сводимой реальной материальной субстанции. Начнём на сей раз работать не от экспериментальных фактов, а от понятия «векторного потенциала», чье возрастающее значение в науке уже у Р. Фейнмана в 1966 году не вызывало никаких сомнений.

Обратимся вначале к силе, воздействующей на заряженные частицы в экспериментах по электромагнитной индукции. Известен закон электромагнитной индукции, выраженный через векторный потенциал:

(1) $E = -\dfrac{\partial A}{\partial t}$, и соответствующая этому полю сила:

(2) $F = qE = -q\dfrac{\partial A}{\partial t}$.

Откуда она берётся? Оказывается, находящаяся в поле векторного потенциала заряженная частица имеет дополнительный механический импульс [4]:

(3) $\vec{P} = q \cdot \vec{A}$

Но что произойдёт с частицей, если векторный потенциал $\vec{A}$ изменится за некоторое время dt? Конечно же, изменится и её импульс $q \cdot \vec{A}$. Но ведь закон сохранения импульса никто не отменял! Куда денется избыточный «полевой» импульс? Ведь в системе только частица и поле $\vec{A}$. Передать импульс кому-то третьему не получится. Поле $\vec{A}$ полагается не обладающим собственным механическим импульсом, значит оно не способно и принять его. Значит, всё, что может частица – это *сама* обрести некоторую скорость $\vec{v}$ и соответствующий ей механический импульс $\vec{P} = m\vec{v}$, в который и перейдёт избыточный «полевой» импульс (3). Т.е. сумма «полевого» и механического импульса должна остаться постоянной. Отсюда понятно, что механический импульс должен иметь знак, противоположный «полевому». Полевой импульс уменьшится – значит механический увеличится, и наоборот. Но чтобы приобрести скорость $\vec{v}$ частица массой m должна какое-то время испытывать действие силы $F = \frac{dP}{dt}$. Отсюда с учётом (3) и помня о смене знака имеем:

$$(4)\quad \vec{F} = -\frac{d}{dt}\vec{P} = -\frac{d}{dt}q \cdot \vec{A} = -q\frac{d\vec{A}}{dt}$$

Сравнивая с (2) видим, что разница только в том, что в (2) использована частная производная по времени, а в выведенном нами выражении (4) – полная. Как, правило, законы физики, сформулированные вначале для частного случая, потом подвергаются обобщению. Зачастую при этом частные производные заменяются на полные. Так было, например, с реактивной силой. Вначале в определении силы инерции участвовало только кинематическое ускорение, но когда под знак производной импульса внесли и массу (случай тела переменной массы), то появились добавочные члены, описывающие реактивные силы [5].

Давайте теперь запишем полную производную некоторого (пока абстрактного) векторного поля $\mathbf{A}$ [6].

$$(5)\quad \frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{A}$$

Доказательство простое (списано, разумеется, из учебника):

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}[x(t), y(t), z(t), t]$$

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}\dot{z} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + v_x\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + v_y\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} + v_z\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{A}$$

$$\left(v_x\frac{\partial}{\partial x} + v_y\frac{\partial}{\partial y} + v_z\frac{\partial}{\partial z}\right)\mathbf{A} = (\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{A}$$

Видим, что полная производная отличается от частной на величину $(\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{A}$, именуемой в математике «производная $\mathbf{A}$ по вектору $\mathbf{v}$». Каков смысл этой величины? А очень простой: если $\mathbf{A}$ неоднородно в пространстве, то по мере механического движения поля (источника поля) вблизи частицы меняется векторный потенциал вокруг неё. А раз так, то движущееся неоднородное поле производит то же действие (2), как если бы оно менялось во времени будучи неподвижным в пространстве. Это – *конвекционный* член полной производной. Однако, надо помнить, что движущимся мы полагаем не поле $\mathbf{A}$, а частицу, соответственно, величину $\mathbf{v}$ мы должны заменить на величину $-\vec{v} = \mathbf{v}$. Таким образом, силу, действующую на частицу, движущуюся и в неоднородном и меняющемся от времени векторном потенциале $\vec{A}$ можно записать из (4) и (5) как:

(6) $$\vec{F} = -q\frac{d\vec{A}}{dt} = -q\left(\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + (\mathbf{v},\nabla)\vec{A}\right) = -q\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + q(\vec{v},\nabla)\vec{A}$$

Но это не единственный источник силы, действующей на частицу в векторном потенциале. Поскольку с векторным потенциалом связана специфическая *энергия* движущегося в этом потенциале электрона (Фейнман, [7])

(7) $$W = -q\cdot(\vec{v}\cdot\vec{A})$$

То соответственно, в *неоднородном* $\vec{A}$ имеем *дополнительную* силу, действующую на движущуюся заряженную частицу:

(8) $$\vec{F} = -grad(W) = q\cdot grad(\vec{v}\cdot\vec{A})$$

Тоже очень простое и прозрачное выражение. Понятно, откуда берётся сила, действующая в неоднородном поле векторного потенциала на движущуюся равномерно и прямолинейно частицу. От изменения энергии при её движении в *неоднородном* векторном потенциале. Из закона сохранения энергии следует, что избыточная энергия должна откуда-то взяться, а откуда? Только из скорости частицы. Так и получается: раз на движущуюся частицу действует сила (8), то у неё изменяется скорость $\vec{v}$ и, следовательно, кинетическая энергия. А теперь, похоже, всё. Все источники силы найдены и записаны. Соберём их все в одно выражение:

(9) $$\vec{F} = -q\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} - q(\vec{v},\nabla)\vec{A} + q\cdot grad(\vec{v}\cdot\vec{A}) = q\left(grad(\vec{v}\cdot\vec{A}) - (\vec{v},\nabla)\vec{A} - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right)$$

Если векторный потенциал однороден, но изменяется во времени, то действует только член $\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$. Если электрон, например, движется вдоль провода с постоянным током, то действует только член $grad(\vec{v}\cdot\vec{A})$. А если движется поперёк, то работает только конвекционный член полной производной $(\vec{v},\nabla)\vec{A}$. Ну и где здесь собственно привычная сила Лоренца? А очень просто – это первые два члена в скобках:

(10) $$\vec{F}_L = q\left(grad(\vec{v}\cdot\vec{A}) - (\vec{v},\nabla)\vec{A}\right) = q\cdot\left[v\times rot(\vec{A})\right].$$

Это уже просто результат применения *формальных правил векторной математики*. Распишем вычисления для особо дотошных. Градиент скалярного произведения перепишем [3] как $grad(\vec{v}\cdot\vec{A}) = \left[\vec{v}\times rot\vec{A}\right] + \left[\vec{A}\times rot\vec{v}\right] + \frac{d\vec{v}}{d\vec{A}} + \frac{d\vec{A}}{d\vec{v}}$. Скорость не зависит от координат, следовательно члены $\left[\vec{A}\times rot\vec{v}\right]$ и $\frac{d\vec{v}}{d\vec{A}}$ тождественно равны нулю. А член $\frac{d\vec{A}}{d\vec{v}} = (\vec{v},\nabla)\vec{A}$ есть как раз производная вектор-потенциала по скорости.

Тогда, подставляя $grad(\vec{v}\cdot\vec{A}) = \left[\vec{v}\times rot\vec{A}\right] + \frac{d\vec{A}}{d\vec{v}} = \left[\vec{v}\times rot\vec{A}\right] + (\vec{v},\nabla)\vec{A}$ в (10) получаем

$grad(\vec{v}\cdot\vec{A})-(\vec{v},\nabla)\vec{A}=(\vec{v},\nabla)\vec{A}+[\vec{v}\times rot\vec{A}]-(\vec{v},\nabla)\vec{A}=[\vec{v}\times rot\vec{A}]$. Поскольку классическое магнитное поле $\vec{B}=rot(\vec{A})$, то в неизменных во времени полях (где $\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\equiv 0$), «магнитная» сила Лоренца запишется в знакомом со школьной скамьи виде:

(11) $$\vec{F}_L=q\cdot[v\times\vec{B}]=q\cdot\left(grad(\vec{v}\cdot\vec{A})-(\vec{v},\nabla)\vec{A}\right)$$

Вот так вот: в силу Лоренца оказались объединены *две совершенно разных по своей природе силы*: ЭДС индукции $(\vec{v},\nabla)\vec{A}$, возникающая при *конвекционном* движении частицы в неоднородном, но стационарном векторном потенциале и втягивание тока (которым является движущаяся заряженная частица) по градиенту векторного потенциала (сила Ампера $grad(\vec{v}\cdot\vec{A})$). Это примерно такой же фокус, как если бы мы объединили силу тяготения и силу инерции в одну. На том простом основании что акселерометры их не различают. Т.е. чисто *эмпирически* ввели бы эдакое инерционно-гравитационное поле. Изначально сила Лоренца и была обнаружена *экспериментально* и её гипотетическую причину (ведь должна же быть у силы какая-то причина!) назвали «магнитное поле». А мы теперь ясно видим, что даже в стационарном случае у силы Лоренца не одна, а целых две совершенно разных причины (6) и (8). А в нестационарном поле причин аж сразу три! Вот если бы причиной магнитных сил сходу бы назвали поле векторного потенциала (введённое, кстати, аж 1848 году!), то да, причина была бы одна и найдена была бы правильно. Но увы, извилисты пути познания. Так в науку попало «магнитное поле» $\vec{B}$, которое на практике является фантомом, смесью, суперпозицией аж трёх различных силовых действий, возникающих от различных аспектов и свойств векторного поля $\vec{A}$. Вот и возникают экспериментальные ситуации, например, в которых «магнитного поля $\vec{B}$» нет, а индукция есть, ЭДС есть, сила на заряды действует [8]. А магнитометр молчит. Или как в униполярном индукторе Фарадея – поле $\vec{B}$ есть, но оно неизменно, а ЭДС индукции появляется [9]. Пришлось учёным даже придумать особое «вихревое электрическое поле» [10], которое порождается в некоторых явлениях индукции (не во всех, кстати!). Якобы оно не такое, как электростатическое поле. Послушайте, но если «вихревое электрическое поле» физически совсем не такое, как «электростатическое», то какого чёрта они в уравнениях Максвелла обозначаются одинаково и вычисляются как одна физическая величина? Будь они физически различными полями система уравнений Максвелла просто была бы неполна и не давала бы однозначных решений. Не хватило бы уравнений на все, физически различные величины!

Мы сознательно оставили за рамками обсуждения вопрос, связаны ли какие-либо дополнительные «магнитные» силовые действия с дивергенцией векторного потенциала, которую некоторые исследователи называют «скалярным магнитным полем». Отметим только, что вопреки расхожему мнению, дивергенция векторного потенциала движущейся заряженной частицы совершенно формально вовсе не равна нулю. Это легко проверить, взяв напрямую дивергенцию векторного потенциала движущейся частицы $\vec{A}=\frac{\varphi\vec{v}}{c^2}$ по формулам из справочника:

$$div\vec{A}=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}=\frac{\partial A_x}{\partial x}=\frac{\mu_0 qv}{4\pi}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)=-\frac{\mu_0 qv}{4\pi}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}^3}\right).$$

Связаны ли с этой дивергенцией какие-либо наблюдаемые физические явления (особенно макроскопические!) или нет – вопрос пока открытый. Наши собственные попытки обнаружить такие макроскопические эффекты пока закончились неудачей. Но даже без введения в науку всяческих дополнительных новых «магнитных полей» ясно, что ныне существующая концепция «магнитного поля» крайне далека от рациональности и адекватности имеющимся фактам. Использование векторного потенциала гораздо предпочтительнее игр с «магнитным полем», неоднократно заводившем научную мысль в тупик.

Литература

1. Википедия. Секторный потенциал. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BF%D0%BE%D1%82%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B0%D0%BB
2. Википедия. Производная по направлению. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D0%BE_%D0%BD%D0%B0%D0%BF%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8E
3. Зайцев? Основы векторного и тензорного анализа. Глава 10. Действия с оператором «набла». http://4xx.zaytsev.net/course-2/OVTA/Practice/Ovtap10.pdf
4. Википедия. Обобщённый импульс в электромагнитном поле. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BC%D0%BF%D1%83%D0%BB%D1%8C%D1%81
5. Википедия. Реактивная тяга. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D1%8F%D0%B3%D0%B0
6. Полная производная. http://dict.sernam.ru/index.php?id=1283
7. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. М:Мир, 1977.
8. Мисюченко И. Безмагнитная индукция. http://electricaleather.com/d/358095/d/primeneniyetrizprianalizefizicheskikhzakonoviponyatiy.pdf
9. Википедия. Униполярная индукция. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D0%BD%D0%B8%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D1%8F%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B8%D0%BD%D0%B4%D1%83%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F
10. Вихревое электрическое поле. http://www.physbook.ru/index.php/A._%D0%92%D0%B8%D1%85%D1%80%D0%B5%D0%B2%D0%BE%D0%B5_%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%B5