Импульс кулоновского поля

Леонид Соколов
17.10.2012

Обсуждаются необычные свойства «продольной» компоненты электрического поля заряда, роль и влияние «выреза» в центральной части поля заряда при определении энергии поля, результаты сравнения импульсов, полученных по формулам Умова и Пойнтинга.

Собственное электрическое поле заряда (кулоновское поле) привлекательно тем, что оно является первоисточником всех без исключения электрических и магнитных явлений. После опубликования статьи «Электромагнитная масса… [1]» возник ряд вопросов, и появилась необходимость дополнить статью [1], раскрыть и истолковать подробнее некоторые «проблемы». Среди них: необычные свойства «продольной» компоненты электрического поля заряда, роль и влияние «выреза» в центральной части поля заряда при определении энергии поля, сравнение импульсов, полученных по формулам Умова и Пойнтинга, обсуждение условий их применимости для расчёта импульса кулоновского поля.

Используемые физические величины и их обозначения в данной работе совпадают с таковыми в статье [1]: электрический заряд (q); скорость движения заряда ($\mathbf{v}$) и вспомогательные величины $\beta = v/c$, $\gamma = 1/(1 - \beta^2)^{½}$; напряжённость собственного электрического поля заряда $\mathbf{E} = \mathbf{E}_l + \mathbf{E}_n$, где $\mathbf{E}_l$ и $\mathbf{E}_\mathrm{n}$ продольная и поперечная по отношению к скорости составляющие поля; энергии, $W_l(\gamma)$ и $W_n(\gamma)$, электрических – продольного и поперечного – полей; $\boldsymbol{B}(\gamma)$ – индукция и $W_m(\gamma)$ – энергия магнитного поля; $W_{em}(\gamma)$ – суммарная энергия всех названных полей; импульсы, представленные формулами Умова ($\mathbf{P}_u$) и Пойнтинга ($\mathbf{P}_p$). Дальнейшее изложение материала не содержит пояснений и доказательств, если они имеются в статье [1].

<u>Первый круг</u> вопросов связан с продольной компонентой ($\mathbf{E}_l$) электрического поля заряда. В соответствии с преобразованиями Лоренца [2], напряжённость, а, следовательно, и энергия компоненты $W_l(1)$ с ростом скорости движения заряда не изменяются, ($W_l(\gamma) = W_l(1)$). Более того, продольное поле не создаёт магнитного поля и не вытекает из уравнений Максвелла. Подробное рассмотрение этих «парадоксов» снимает кажущиеся противоречия. Законами специальной теории относительности (СТО) в инерциальных системах отсчёта (ИСО) предусмотрено изменение размеров любых тел и полей (и всех их элементов) только по линиям движения. В направлениях, перпендикулярных скорости движения, названные размеры остаются неизменными. То, что не вся масса объекта способна аккумулировать его кинетическую энергию, - факт, вытекающий из (СТО). С увеличением скорости движения тел (полей) они уплотняются, их масса увеличивается. С физической точки зрения, чтобы заставить одну ИСО вместе с её содержимым двигаться быстрее другой, «неподвижной», в этой другой надо совершить работу по ускорению первой из названных. Работа – одна из форм энергии. Потому за расчётными операциями (СТО) всегда присутствует объективная реальность. Возвратимся к продольной компоненте электрического поля заряда. В направлениях, перпендикулярных ($\mathbf{E}_l$), пространство не деформируется, плотность поля ($\mathbf{E}_l$) не изменяется, кинетическая энергия не воспринимается. Вместе с тем, компонента ($\mathbf{E}_l$) является неотъемлемой частью кулоновского поля заряда, и перемещается вместе с зарядом. Её энергия покоя проявляется в кулоновском взаимодействии зарядов, однозначно – при низких энергиях, а также при аннигиляции пары электрон – позитрон и в других

превращениях частиц с электрическими зарядами. Следовательно, продольное поле ($\mathbf{E}_l$) существует, как в покое, так и в движении, и его надо учитывать, в частности, в формулах для расчёта импульса кулоновского поля. Электромагнитная масса кулоновского поля с увеличением скорости движения полностью подчиняется законам (СТО), её поведение не отличается от поведения других тел.

Второй круг вопросов относится к расчётам энергии. Полная энергия движущегося кулоновского поля в статье [1] представлена формулой (14),

$$W_{em}(\gamma) = W_l(\gamma) + W_n(\gamma) + W_m(\gamma) = W_l(\gamma) + (1 + \beta^2)\, W_n(\gamma). \qquad (1)$$

Появление множителя $(1 + \beta^2)$ в (1) связано с преобразованием магнитного поля,

$$\mathbf{B}(\gamma) = \mathbf{v} \times \mathbf{E}(\gamma)/c^2 = \mathbf{v} \times (\mathbf{E}_n(\gamma) + \mathbf{E}_l(\gamma))/c^2 = \mathbf{v} \times \mathbf{E}_n(\gamma)/c^2;\ \ B(\gamma) = v\, E_n(\gamma)/c^2. \qquad (2)$$

Векторное произведение, $\boldsymbol{v} \times \mathbf{E}_l(\gamma) = 0$, равно нулю вследствие совпадения направлений $\boldsymbol{v}$ и $\mathbf{E}_l(\gamma)$. И далее, энергия магнитного поля определяется интегралом от объёмной плотности энергии ([1], формула (13)),

$$W_m(\gamma) = \int (B^2/2\mu_0)\mathrm{d}V = \int (\varepsilon_0 c^2 v^2 (E_n(\gamma))^2/2c^4)\mathrm{d}V = \beta^2 W_n(\gamma). \qquad (3)$$

Интегрирование (в сферической системе координат) ведётся в пределах от бесконечности до некоторого радиуса r_0, который определяет сферическую область в центре поля, не участвующую в расчётах энергии. В статье [1] найдена энергия покоя такого (урезанного) поля:

$$W_{em}(1) = W_l(1) + W_n(1) = (q^2/8\pi\varepsilon_0 r_0)\,(1/3 + 2/3). \qquad (4)$$

Было установлено, что энергия $W_{em}(1)$ совпадает с энергией проводящей сферы радиусом r_0, несущей заряд (q). Следовательно, в расчётах [1] можно было «вырезать» сферу любых размеров, и наблюдать за поведением оставшейся части поля при изменении его скорости. Поэтому в статье [1] величина r_0 принципиального значения не имеет. Однако заметим, что законы (СТО) вносят и здесь некоторые коррективы. При наблюдении движущейся (ИСО) в неподвижной (ИСО) изменяется не только поле, но и масштаб вдоль линий движения. Следовательно, должна деформироваться и граница выреза поля в центре. Тогда изменения полей и их энергий в зависимости от скорости движения в точности совпадут с полями, преобразованными по формулам Лоренца. В статье [1] вырез не изменяется с изменением скорости. Из-за этого $W_l(\gamma)$ не остаётся постоянной, равной своему значению в покое, а уменьшается с ростом γ. Поперечное поле, рассчитанное в [1] с постоянной сферической формой выреза также испытывает отклонения от лоренцевых значений. В итоге, полную энергию кулоновского поля при всех γ следует вычислять по формуле:

$$\begin{aligned} W_{em}(\gamma) = W_l(\gamma) + W_n(\gamma) + W_m(\gamma) = W_l(\gamma) + (1 + \beta^2)W_n(\gamma) = \\ = (q^2/8\pi\varepsilon_0 r_0)(1/3 + 2\,\gamma\,(1 + \beta^2)/3). \end{aligned} \qquad (5)$$

В третьем круге вопросов обсуждаются методы расчёта импульса кулоновского поля. Энергия поля, пересекающая бесконечную плоскость, перпендикулярную вектору скорости в единицу времени, умноженная на $\boldsymbol{v}/c^2$, определяет импульс по методу Умова:

$$\mathbf{P}_u\,(\gamma) = W_{em}(\gamma)\,\boldsymbol{v}/c^2. \qquad (6)$$

Выражая всё через параметр γ, имеем

$$P_u\,(\gamma) = W_{em}(1)\,(1/3 + 2\,\gamma\,(2 - 1/\,\gamma^2)\,/\,3)\,(1 - 1/\,\gamma^2)^{-1/2}\,c^{-1}, \qquad (7)$$

где $(1 + \beta^2) = 2 - (1/\,\gamma^2)$; $\beta = (1 - 1/\,\gamma^2)^{-1/2}$, и c – скорость света. (8)

По методу Пойнтинга формула для определения импульса выглядит несколько иначе:

$$\mathbf{P}_p = \varepsilon_0 \int (\mathbf{E}\,(\gamma) \times \mathbf{B}\,(\gamma))\,dV. \qquad (9)$$

Формула (9) после преобразования векторного произведения, и перехода к скалярным величинам [1], имеет вид:

$$P_p = 2c^{-2}\,W_n(\gamma)\,\boldsymbol{v} = W_{em}(1)\,(0 + 2\,\gamma\,(2 - 0)\,/\,3)\,(1 - 1/\gamma^2)^{-1/2}\,c^{-1}. \qquad (10)$$

При сравнении формул (7) и (10) видно, что в (10) отсутствует продольное электрическое поле, $W_l(\gamma) = W_l(1) = W_{em}(1)/3$, а множитель $(1 + \beta^2)$ заменён цифрой 2. Формула (10) подходит для расчёта импульса электромагнитных полей частиц с высокой энергией ($\gamma >> 1$). В этом случае в выражении $(2\,\gamma\,(2 - 1/\,\gamma^2)\,/\,3)$ член $1/\,\gamma^2$ стремится к нулю, а оставшаяся часть $((4\gamma\,/\,3) >> 1/3)$ – и формула (7) переходит в формулу (10). Таким образом, расчёты импульса с использованием вектора Умова можно проводить для полей частиц, движущихся с любой скоростью. Формула Пойнтинга является частным случаем формулы Умова. Целесообразность применения вектора Умова к расчёту характеристик движущихся частиц и их полей отмечена также в работе [3].

Рассмотрим примеры расчёта импульса электрона с энергией 5,11 МэВ по формулам Умова (7) и Пойнтинга (10). При аннигиляции электрона и позитрона с нулевой относительной скоростью оба они целиком превращают свои энергии покоя по 0,511 МэВ каждая в два кванта электромагнитного поля такой же энергии. Таким образом, как бы реализуется гипотеза об электромагнитной массе электрона. Радиус r_0 теперь не востребован, так как используется вся энергия покоя $W_{em}(1)$. Однако при желании радиус можно вычислить: $r_0 = 1{,}41\times10^{-15}$ м. Величина γ определяется, как отношение,

$$\gamma = W_{em}(10)\,/\,W_{em}(1) = 5{,}11\,/\,0{,}511 = 10. \qquad (11)$$

Подставляя числа в (7), имеем:

$$\begin{aligned} P_u\,(10) &= 0{,}511(1/3 + 20\,(2 - 1/100)\,/\,3)\,(1 - 1/100)^{-1/2}\,c^{-1} = \\ &= 0{,}511\,(0{,}3333 + 13{,}265)\,1{,}005\,c^{-1} = (6{,}818 + 0{,}171)\,c^{-1} = \\ &= 6{,}989 \text{ МэВ/с}. \end{aligned} \qquad (12)$$

Здесь c – скорость света. Различия энергий продольного (0,171) и поперечного (6,818) полей – очевидна. Обратимся с теми же числовыми исходными данными к формуле (10):

$$P_P = 2c^{-2}\,Wn(\gamma)\,\boldsymbol{v} = 0{,}511\,((2/3)20)\,(1 - 1/100)^{-1/2}c^{-1} = 6{,}853 \text{ МэВ/с} \qquad (13)$$

.

В примерах значение γ = 10 сравнительно велико и различия P_u и P_P небольшие. С уменьшением γ различия будут увеличиваться, с увеличением γ – уменьшаться.

Автор благодарен В. Викулину за участие в дискуссии по статье [1].

Список литературы:

1. Соколов Л.С. Электромагнитная масса кулоновского поля. НиТ / Текущие публикации /Наука сегодня, 2010.
2. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6. Электродинамика, гл.26. Релятивистские преобразования полей, табл. 26.4. Пер. с англ. – М: «Мир», 1966.
3. Корнева М.В., Кулигин В.А., Кулигина Г.А. Анализ классической электродинамики и теории относительности, гл.3, стр. 27-40. НиТ /Текущие публикации /Наука сегодня, 2008.