Простейший электродинамический вывод силы инерции

И. Мисюченко

Казань, 23.07.2018

Попытаемся средствами *электродинамики* вывести силу инерции, действующей на ускоренно движущийся электрон, но сделаем это *без использования понятия «магнитного поля»*, поскольку его использование всегда приводило в прошлом к «проблеме 4/3» [10]. Примем модель электрона в виде невесомой поверхностно-заряженной сферы с зарядом q и радиусом r_0. Движущийся заряд q, как известно, создаёт векторный потенциал ***A***, равный (без учёта запаздывания) [1]:

(1) $$\vec{\mathrm{A}} = \frac{\varphi \vec{v}}{c^2}$$

Где $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, скалярный электрический потенциал, ε_0 – электрическая постоянная, а c - скорость света в вакууме.

Поскольку скалярный потенциал на поверхности сферического электрона [2]

(2) $$\varphi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_0},$$

где r_0- радиус электрона, то векторный потенциал ***A*** на поверхности движущегося электрона можно, подставив (2) в (1) записать в виде:

(3) $$\vec{A} = \frac{\mu_0 q \vec{v}}{4\pi r_0}$$

учитывая, что $\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} = \mu_0$.

Теперь запишем закон электромагнитной индукции (при отсутствии внешнего электрического поля) через векторный потенциал ***A*** [3]:

(4) $$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Этот закон говорит нам о том, что если векторный потенциал ***A*** изменяется во времени, то в месте его наличия возникает электрическое поле индукции ***E***, даже если ***B***=*rot*(***A***)=0. В таком случае, на заряд q, находящийся в этом поле индукции должна действовать сила [4]:

(5) $$\vec{F} = q\vec{E} = -q \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Подставив (3) в (5) и считая заряд, на который действует электрическое поле индукции всё тем же зарядом электрона q получим:

(6) $\vec{F} = -\frac{\mu_0 q^2}{4\pi r_0} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\mu_0 q^2}{4\pi r_0} \cdot \vec{a} = -m_0 \cdot \vec{a}$,

где $\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ есть ускорение электрона. Если теперь в качестве r_0 подставить в (6) *классический радиус электрона* $2.82 \cdot 10^{-15}$ м [5], то мы получим в точности массу электрона $m_0 = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг, стоящую перед ускорением ***a***. Таким образом, закон электромагнитной индукции, записанный через векторный потенциал, *полностью объясняет силу инерции* через электродинамические понятия, без привлечение дополнительной сущности «масса». Загадочная инерция сводится к тривиальной самоиндукции. В самом деле, движущийся электрон представляет собой *ток* (так называемый, конвекционный ток [6]). *Ускоренно* движущийся электрон в таком случае представляет собой *изменяющийся во времени* ток. А любой ток, согласно представлениям классической электродинамики, сопротивляется своему изменению, что и называется явлением самоиндукции [7]. Здесь можно было бы поставить точку, и работа была бы рекордно короткой. Однако мы знаем, что ныне принятый «классический радиус электрона» [5] – это условность, что он завышен вдвое, соответственно более обоснованный классический радиус должен быть вдвое меньше [12]. Потому, что полная собственная энергия *поверхностно* заряженной элементарным зарядом q сферы радиуса r_0 равна собственной энергии электрона (511 кэВ) только, если положить радиус сферы $r_0 = 1.41 \cdot 10^{-15}$ метра. В этом случае не возникает никакой надобности в придумывании дополнительных сущностей: вся энергия электрона есть просто энергия его электрического поля и она же полностью эквивалентна его массе покоя $m_0 c^2$. А значит, в выражении (6) мы получили пока что неточный результат и нам придётся найти и устранить причину этого.

Итак, мы посчитали силу «самодействия» ускоренного сферического заряда в крайне *наивном* предположении, что он просто *действует сам на себя*, подобно барону Мюнхгаузену, вытаскивающему себя за волосы из болота. Понятно, что такой подход скорее всего содержит какие-то принципиальные ошибки. Какие? Во-первых, при таком подходе, мы, говоря слово «заряд», полагаем его чем-то целостным, некоей неделимой (даже мысленно) сущностью. Но в качестве модели электрона мы взяли неточечный заряд, что уже предполагает какое-то распределение заряда в пространстве, т.е. в разных частях пространства находятся разные части заряда электрона. Во-вторых, мы имеем вышеописанный «эффект Мюнхгаузена» при котором весь этот неделимый заряд чудесным образом действует сам на себя, не давая себе ускоряться. А это уже похоже на мистику. Однако в рамках классической физики неточечный заряд *можно* бесконечно делить на бесконечно малые элементы dq. Именно так и делается при традиционном, классическом вычислении энергии поверхностно заряженной сферы [8] (а мы ведь изначально представили электрон как именно такую сферу!). В таком случае, и нам надо бы мысленно разбить заряд сферы на элементы dq. Что нам это даёт? Это даёт возможность избавиться от «эффекта Мюнхгаузена». Каким образом? А мы просто должны вычислить элементарные силы $d\boldsymbol{F}$ действующие на *каждый* элемент заряда dq в предположении, что он взаимодействует с векторным потенциалом $d\boldsymbol{A}$ *всех других* элементов *dq кроме себя*. То есть, в этом случае мы полагаем, что уже не сам элемент заряда dq взаимодействует с самим собой (т.е. с созданным им же самим векторным потенциалом $d\boldsymbol{A}$), а он взаимодействует со всеми *остальными* элементами. В этом случае уже не заряд сам себя тормозит, а одни части заряда препятствуют ускорению других его частей. Такой подход выглядит намного более реалистичным, чем наивное и даже мистическое «самодействие». Разумеется, после того как мы сложили все микроскопические силы *d**F***, действующие на элемент *dq* со стороны всех остальных элементов, мы должны выбросить этот элемент из дальнейшего рассмотрения (и удалить его со сферы, поскольку учтены все его взаимодействия) и перейти к следующему элементу. Затем к следующему и т.д. Самому последнему элементу уже не с кем будет взаимодействовать. Запишем теперь формально силу *d**F***, действующую на элемент заряда *dq* со стороны всего остального заряда $(q - dq)|_{dq \to 0} = q$:

(7) $dF = -\frac{\mu_0 (q-dq)dq}{4\pi r_0} \cdot \vec{a} = -\frac{\mu_0 q dq}{4\pi r_0} \cdot \vec{a}$

С учётом того, что при описанной процедуре оставшийся после удаления очередного элемента *dq* заряд будет изменяться от *q* в начале до нуля в конце процедуры, результирующая полная сила (интеграл элементарных сил *d**F***)

(8) $F = \int_0^q dF = -\int_0^q \frac{\mu_0 q dq}{4\pi r_0} \cdot \vec{a}$

и будет искомой электродинамической силой ***F***. Поскольку $\int_0^q q dq = \frac{1}{2} q^2$, то подставляя результат интегрирования в (8) получим:

(9) $F = -\frac{1}{2} \frac{\mu_0 q^2}{4\pi r_0} \cdot \vec{a} = -\frac{\mu_0 q^2}{8\pi r_0} \cdot \vec{a} = -m_0 \cdot \vec{a}$,

где $m_0 = \frac{\mu_0 q^2}{8\pi r_0}$ – масса электрона.

И вот теперь сошлось всё: масса ускоренно движущегося электрона, вычисленная через векторный потенциал, оказывается точно такой же как масса поля неподвижного электрона, вычисленная из принципа эквивалентности энергии его поля и его массы покоя [9]. При условии, что за радиус электрона мы во всех случаях принимаем величину $r_0 = 1.41 \cdot 10^{-15}$ метра. И мы нигде на этом пути не натолкнулись на проблемы, подобные знаменитой «проблеме 4/3» [10]. Потому, что мы *не использовали понятие магнитного поля **B**=rot(**A**)*, а воспользовались непосредственно самим векторным потенциалом ***A***, который является более общей характеристикой, чем ***B*** [11].

Литература

1. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. - Фейнмановские лекции по физике, том 6 - 1965. Электродинамика. Глава 21. § 6. Потенциалы заряда, движущегося с постоянной скоростью. с. 163.
2. Т. И. Трофимова. Курс физики. 11-е издание стереотипное. М. Academia. 2006г. § 86. п.3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности. с.160.
3. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. — М.: Мир, 1966. — Т. 6. — 344 с. §6. Решение уравнений Максвелла; потенциалы и волновое уравнение. Ф-ла. 18.19, с. 91.
4. Т. И. Трофимова. Курс физики. 11-е издание стереотипное. М. Academia. 2006г. § 79. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Ф-ла. 79.1 с. 148
5. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. — М.: Мир, 1966. — Т. 3. Глава 32. Радиационное затухание. Рассеяние света. §3 Радиационное затухание. Ф-ла. 32.11 с. 106.
6. Т. И. Трофимова. Курс физики. 11-е издание стереотипное. М. Academia. 2006г. § 96. Электрический ток, сила и плотность тока. с.177.
7. Т. И. Трофимова. Курс физики. 11-е издание стереотипное. М. Academia. 2006г. § 126. Индуктивность контура. Самоиндукция. с. 226.
8. Киселев, А.С. Жукарев, С.А. Иванов, С.А. Киров, Е.В. Лукашева. Электричество и магнетизм. Методика решения задач. Уч. Пособие. М. Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2010. Глава 5. с. 149-150.
9. Л. Б. Окунь, Понятие массы. (Масса. Энергия. Относительность). «Успехи физических наук» т. 158, вып. 3, 1989, стр. 511–530.
10. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. — М.: Мир, 1966. — Т. 6. Глава 28. Электромагнитная масса. §3 Электромагнитная масса. с. 306.
11. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. — М.: Мир, 1966. — Т. 6. Глава 15. Векторный потенциал. §5 Векторный потенциал и квантовая механика. с. 17.
12. J. Davis., Physics 2460, Electricity and Magnetism I, Fall 2006, Lecture 19. c. 5. https://www.physics.uoguelph.ca/~jdavis/phys2460/Week10/L19_06.pdf