

## О постоянной тонкой структуры и поправке к энергии ионизации атома водорода

Мисюченко Игорь (с) 2008 г.

### Аннотация:

В настоящей работе выяснена величина поправки к энергии связи электрона в атоме водорода, возникающая в результате взаимодействия **ускоренно** движущегося электрона с протоном. Имеется ввиду не общеизвестная релятивистская поправка, связанная со **скоростью** движения электрона, а поправка связанная именно с фактом ускоренности его движения. Показано, что эта поправка имеет порядок квадрата постоянной тонкой структуры  $\alpha$ .

### Вывод величины поправки

Как показано в работе (1), сама природа электрических зарядов тесно связана с криволинейными замкнутыми токами. Движущийся вокруг ядра в атоме водорода электрон являет собой также криволинейный ток. Криволинейный ток - есть ток *переменный*. Переменный ток должен порождать явления индукции, то есть - влиять на заряды, в том числе на заряд ядра. Предположим, что электрон движется в атоме Н по кольцевой траектории с радиусом Бора  $r_B$  и скоростью  $v$ . Здесь и далее под длиной электрона или длиной элемента тока будем понимать удвоенный радиус (т.е. диаметр) электрона.

Тогда, мгновенный ток, текущий по кольцу полагаем:

$$[1] I = \frac{qv}{2\pi r_0}$$

Где  $r_0$  - радиус электрона. Поскольку этот ток является криволинейным, то есть ускоренным, то он является переменным:

$$[2] \frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{qv}{2\pi r_0} = \frac{qa}{2\pi r_0}$$

где  $a$  - центростремительное ускорение, которое испытывает каждый элемент тока при движении по окружности со скоростью  $v$ .

Подставляя известное из кинематики выражение для ускорения  $a = \frac{v^2}{r_B}$ , получим

$$[3] \frac{dI}{dt} = \frac{qa}{2\pi r_B} = \frac{qv^2}{2\pi r_0 r_B}$$

Понятно, что производная для элемента тока  $dI$  будет выражаться формулой:

$$[4] \frac{dI dl}{dt} = \frac{qa}{2\pi r_B} dl = \frac{qv^2}{2\pi_0 r_B} dl$$

Как следует из закона Био-Савара-Лапласа, каждый элемент тока  $I d\vec{l}$  создаёт в точке нахождения пробного заряда "элементарное" магнитное поле:

$$[5] d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

Из работы (1) известно, что переменное магнитное поле элементарного тока порождает электрическое:

$$[6] d\vec{E} = \vec{v}_B d\vec{B} = \frac{1}{2} \vec{r} \frac{B'}{B} d\vec{B} = \frac{\mu_0}{8\pi} \frac{\vec{I}'[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^2}$$

где штрих ( $\mathbf{B}'$ ,  $\mathbf{I}'$ ) означает дифференцирование по времени. Теперь подставим в это выражение значение производной элементарного тока из [4]:

$$[7] d\vec{E} = \frac{\mu_0}{8\pi} \cdot \frac{qv^2}{2\pi_0 r_B} \cdot \frac{d\vec{l} \sin(\beta)}{r}$$

Это дополнительное электрическое поле, вызванное криволинейностью движения электрона по орбите должно вносить поправку  $d\mathbf{F}$  в величину силы  $\mathbf{F}$ , связывающей электрон с ядром. Сила воздействия этого поля на ядро пропорциональна заряду ядра и проявляется на расстоянии Бора  $r_B$ . То есть:

$$[8] dF = q d\vec{E} = \frac{\mu_0}{8\pi} \cdot \frac{q^2 v^2}{2\pi_0 r_B} \cdot \frac{d\vec{l} \sin(\beta)}{r} = \frac{\mu_0}{8\pi} \cdot \frac{q^2 v^2}{2\pi_0 r_B} \cdot \frac{2r_0}{r_B} = \frac{\mu_0}{8\pi^2} \cdot \frac{q^2 v^2}{r_B^2}$$

Центростремительная сила  $\mathbf{F}_{uc}$ , уравнивающая силу Кулона в атоме может быть определена как:

$$[9] F_{uc} = m_0 a = \frac{\mu_0}{8\pi} \cdot \frac{q^2}{r_0} \cdot \frac{v^2}{r_B}$$

Тогда, отношение найденной поправки [8] к силе Кулона (и равной ей центростремительной силе) будет равно:

$$[10] \frac{dF}{F_{uc}} = \frac{r_0}{\pi r_B} = \frac{\alpha^2}{2\pi} = \delta$$

Где  $\alpha \approx 1/137$  есть постоянная тонкой структуры.

Мы получили поправку к силе, осталось определить поправку к энергии. Поскольку энергия ионизации - это работа, которую потребуется совершить, чтобы удалить электрон от Боровского радиуса на бесконечность, то можно

проинтегрировать силу по  $dr$ . Следует учесть, однако, что Боровский радиус также изменится в силу поправки. Потенциал ионизации (энергия связи) для атома водорода хорошо известна и составляет по данным (2) **13.598** эВ. Отметим это число, ввиду его высокой точности и надёжности.

### Учет конечности массы ядра

Хотя масса  $M$  ядра водорода (протона) в 1836 раз больше массы  $m_e$  электрона, движущегося по орбите в атоме, было бы неправильным считать, что в этой «динамической» модели атома протон покоится. Как указал А. Зоммерфельд (1915 г.), в силу законов сохранения энергии и импульса ядро и электрон должны вращаться относительно общего центра масс с одинаковой угловой скоростью. Влияние этого движения ядра на энергию электронных состояний можно учесть, просто заменив массу электрона  $m_e$  «приведенной массой». В этом случае величина уровней энергии атома изменится на коэффициент  $M/(M+m_e)$ , где  $M$  – масса ядра. Соответственно выражение для постоянной Ридберга примет вид, соответственно (5):

$$[11] R = R_\infty \cdot M / (M + m_e)$$

Смещение уровней энергии приведет к сдвигу положения линий в спектре, называемому изотопическим сдвигом. Все энергетические уровни сместятся ровно настолько, насколько изменится постоянная Ридберга. Соответственно:

$$[12] W = W_0 \cdot M / (M + m_e) = 13.6057 \text{ эВ} \cdot 1836 / 1837 = 13.5983 \text{ эВ}.$$

Впредь именно к этой величине мы и будем искать предложенную нами в [10] поправку.

### Расчет величины поправки и вычисление точного значения энергии ионизации

Радиус первой орбиты изменится настолько, насколько изменится сумма сил Кулона и индукции. Для получения энергии ионизации следует вычислить энергию, необходимую для удаления электрона с поправленной орбиты Бора в бесконечность. Это можно сделать путём интегрирования силы Кулона:

$$[13] W_1 = \int_{r_{B+\delta B}}^{\infty} \frac{q^2(1-\delta)}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 r_B(1+\delta)}(1-\delta) = W_0 \frac{2\pi - \alpha^2}{2\pi + \alpha^2}$$

здесь  $W_0$  - это энергия ионизации, вычисленная без индукционных поправок, на основании [12], подставляя значения получим :

$$[14] W_1 = 13.5983 \text{ эВ} \cdot \frac{2\pi - \alpha^2}{2\pi + \alpha^2} = 13.5981 \text{ эВ}$$

Как видим, поправка эта мала,

$$[15] \delta W = W_1 \frac{\alpha^2}{\pi} = 13.5983 \text{эВ} \cdot 1.6947 \cdot 10^{-5} = 2.30 \cdot 10^{-4} \text{эВ}$$

порядка  $10^{-5}$  (четвёртый знак после запятой) и того же порядка малости  $\frac{\alpha^2}{\pi}$ , что и так называемая *релятивистская* поправки Зоммерфельда. Существует ли этот эффект в реальности и влияет ли он на структуру энергетических спектров атома водорода - это хороший вопрос для экспериментальной физики.

Как известно из литературы (3), структура спектров атома водорода описывается с учётом релятивистских поправок как:

$$[16] W_{n,j} = \frac{13.5983 \text{эВ}}{n^2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left( \frac{n}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) \right)$$

где

$\alpha$  - постоянная тонкой структуры

$j$  - собственное значение оператора углового момента

$n$  - главное орбитальное квантовое число

Для случая наименьшего уровня энергии получим, что величина поправки к энергии  $\delta W = W \cdot \frac{\alpha^2}{4}$ , то есть близкого порядка величины к [15].

Ещё одно выражение для релятивистской поправки дано в (4):

$$[15] W_n = 13.6057 \text{эВ} \left( 1 + \left( \frac{\alpha Z}{2n} \right)^2 \right) \Rightarrow \delta W = 13.5983 \text{эВ} \cdot \frac{\alpha^2}{4}$$

весьма близко к  $\frac{\alpha^2}{\pi}$  полученной в [15]!

Таким образом, предложенная в данной работе "*индукционная*" поправка к энергии ионизации атома водорода с одной стороны очень близка к известной *релятивистской* поправке Зоммерфельда, а с другой стороны её величина находится на грани возможностей современного эксперимента. Мы полагаем, что при движении электрона в атоме водорода проявляются не релятивистские эффекты, а как раз индукционные явления, нигде и никем ранее не учтённые. Именно их и принимали исследователи за "релятивистский эффект". Точность экспериментального определения этой поправки, видимо, не позволяет выяснить прямо сейчас что ближе к истине, наши  $\frac{\alpha^2}{\pi}$  или же

Зоммерфельдовские  $\frac{\alpha^2}{4}$ , однако, полагаем, что время и искусство экспериментаторов всё расставят по своим местам.

## Литература

(1) Механическое движение переменных во времени полей и явления индукции. Мисюченко И. 2006 г.

(2) К.Ленг. Астро/физические формулы. Часть 1. Издательство "Мир". Москва. 1978. с.328.

(3) Википедия. Атом водорода

[http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%82%D0%BE%D0%BC\\_%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%B0#.D0.AD.D0.BD.D0.B5.D1.80.D0.B3.D0.B5.D1.82.D0.B8.D1.87.D0.B5.D1.81.D0.BA.D0.B8.D0.B9.D1.81.D0.BF.D0.B5.D0.BA.D1.82.D1.80](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%82%D0%BE%D0%BC_%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%B0#.D0.AD.D0.BD.D0.B5.D1.80.D0.B3.D0.B5.D1.82.D0.B8.D1.87.D0.B5.D1.81.D0.BA.D0.B8.D0.B9.D1.81.D0.BF.D0.B5.D0.BA.D1.82.D1.80)

(4) Ю.К.ЗЕМЦОВ, К.В.БЫЧКОВ. КУРС ЛЕКЦИЙ ПО АТОМНОЙ ФИЗИКЕ

[http://heritage.sai.msu.ru/ucheb/Zemcov/Part\\_3\\_Hydrogen/Chapter\\_13/Chapter\\_13.htm](http://heritage.sai.msu.ru/ucheb/Zemcov/Part_3_Hydrogen/Chapter_13/Chapter_13.htm)

(5) Лабораторная работа 1.5 В.Ж.Мадирбаев стр. 2, 5 и 6

[http://www.phys.nsu.ru/atom/text/Labwork\(atom\)1-5.pdf](http://www.phys.nsu.ru/atom/text/Labwork(atom)1-5.pdf)