

Progress In Electromagnetics Research Letters, Vol. 45, 19-24 2014
Experimental Research of the Electric Field Potential of a Rotating

Magnetized Sphere

Vladimir B. Timofeev

and Tamara E. Timofeeva

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ
ВРАЩАЮЩЕГОСЯ НАМАГНИЧЕННОГО ШАРА**

¹В.Б. Тимофеев

E-mail: nertiv@rambler.ru

²Т.Е. Тимофеева

E-mail: titamara2013@mail.ru

*^{1,2}Северо-Восточный федеральный университет, ул. Кулаковского 48, Якутск,
677000, Россия*

Ключевые слова: вращающийся намагниченный шар, потенциальное
электрическое поле, квадрупольное поле,

Keywords: rotating magnetized sphere; potential electric field

АННОТАЦИЯ

В работе предпринята экспериментальная проверка существующих
теоретических формул для потенциального электрического поля

вращающегося намагниченного шара. Проведена серия измерений разности потенциалов между точками электрического поля, расположенными на различных расстояниях от оси вращения, в экваториальной плоскости шара. Расхождение экспериментальных результатов с квадрупольной формулой больше погрешности измерений. Формула, полученная преобразованиями специальной теории относительности, лучше соответствует результатам эксперимента.

ВВЕДЕНИЕ

Ниже дается краткий обзор теоретических формул для потенциального электрического поля вращающегося намагниченного тела и обсуждение некоторых экспериментальных данных.

Известно, что однородно намагниченный шар, вращающийся вокруг оси параллельной магнитному моменту шара, является источником потенциального электрического поля [1]. Существуют различные методы расчета потенциального электрического поля вращающегося намагниченного шара. Первый, наиболее простой, предполагает смещение свободных электрических зарядов в проводнике или связанных электрических зарядов в диэлектрике под действием силы Лоренца, действующей на электрические заряды, вращающиеся вместе магнитом со стороны собственного магнитного поля намагниченного тела [2]. Этот метод дает правильное значение электродвижущей силы униполярной индукции, действующей между полюсом и экватором шара и квадрупольный характер электрического поля. Однако, в опыте Вильсонов [3] подтвердилась формула Эйнштейна. Из этого можно сделать вывод, что поляризация вращающегося магнитного диэлектрика наблюдалась только во внешнем магнитном поле неподвижного соленоида, собственное магнитное поле вращающегося магнитного диэлектрика поляризацию не вызывало. Попытка обнаружить смещение свободных электрических зарядов в проводнике, вращающимся вместе с магнитом, описанная в [5], также дала нулевой результат.

Второй метод основан на применении отдельных элементов специальной теории относительности, с последующим решением краевой электростатической задачи. В этом методе применялись: материальные уравнения Минковского [1], преобразование магнитного поля внутри шара [2,7], преобразование магнитного момента [6,7]. При этом неявно предполагалось, что преобразования специальной теории относительности применимы во вращающихся системах отсчета. Решения, полученные этим методом, также дают квадрупольное электрическое поле вращающегося намагниченного шара.

В частности, решение для скалярного потенциала шара-проводника ($\varepsilon = \infty$, ε - диэлектрическая проницаемость шара) полученное с использованием материальных уравнений Минковского имеет вид [1]

$$\varphi = -\frac{1}{3c} \frac{m\omega R^2}{r^3} (3 \cos^2 \theta - 1) \quad , \quad (1)$$

где: m – магнитный момент шара;

R – радиус шара;

ω – угловая скорость вращения шара;

c – скорость света;

r, θ – сферические координаты точки наблюдения, $r \geq R$.

Решение, полученное в [1], зависит от материала шара (диэлектрик, проводник) и его радиуса. Радиальная компонента электрического поля, получаемая из потенциала (1) имеет вид [7]

$$E_r = -\frac{m\omega R^2}{cr^4} (3 \cos^2 \theta - 1) \quad (2)$$

Напряженность квадрупольного электрического поля убывает с расстоянием от центра шара как $1/r^4$. Опыты, поставленные с вращающимся тороидальным магнитом, показывают, что расхождение экспериментальных данных с формулой (2) составляет 79% [5].

Третий метод прямо использует преобразования специальной теории относительности без решения электростатической задачи [8]. Электрическое поле в лабораторной системе отсчета определяется прямым преобразованием потенциалов и напряженностей электромагнитного поля из системы отсчета, вращающейся вместе с шаром, в лабораторную систему отсчета

$$\varphi = \frac{[\omega r] A}{c} = \frac{m\omega}{cr} \sin^2 \theta, \quad (3)$$

где A – векторный потенциал, $r \geq R$.

Решение (3), применимо только внутри светового цилиндра $\omega r \ll c$. Радиальная компонента электрического поля, получаемая из (3), имеет вид [8]

$$E_r = \frac{m\omega}{cr^2} \sin^2 \theta \quad (4)$$

Напряженность электрического поля убывает с расстоянием от центра шара как $1/r^2$. Потенциал (3) и напряженность (4) не зависят от материала (диэлектрик, проводник) и размера шара. В ранних экспериментах с вращающимся тороидальным магнитом получено соответствие экспериментальных данных с теоретическими, полученными преобразованиями специальной теории относительности, в пределах 10% [4]. В более поздних экспериментах с тороидальным магнитом, расхождение с формулой (4) составляет также 10% [5].

ЭКСПЕРИМЕНТ И ОБСУЖДЕНИЕ

В предлагаемой работе описывается эксперимент по измерению потенциального электрического поля вращающегося намагниченного шара и проводится сравнение результатов эксперимента с теорией. Источником потенциального электрического поля являлся вращающийся неодимовый магнит в форме шара диаметром 30 мм. Ось вращения шара проходила через его центр параллельно магнитному моменту. Магнитный момент шара

вычислялся по измерениям магнитного поля в 15 точках, расположенных на оси и в экваториальной плоскости магнитного момента. Магнитное поле измерялось линейризованным датчиком Холла U11360 с диапазоном $0 \div 2000$ мТс и погрешностью 1.5%. По каждому измеренному значению магнитного поля вычислялся магнитный момент. Далее, вычисляли среднее значение магнитного момента и среднеквадратичную погрешность. Такой метод позволял учесть погрешности взаимной ориентации магнитного момента и датчика Холла, а также погрешность измерения расстояний между шаром и датчиком. Относительная среднеквадратичная погрешность 15 измерений составила 0.5%, полная погрешность 1.6%. Измеренное значение магнитного момента шара равно 13638 ± 218 Гс·см³.

Шар приводился во вращение с угловой скоростью 1470 об/мин (24.5 об/с) с погрешностью 1%. В эксперименте измерялась разность потенциалов на цилиндрических воздушных конденсаторах из листовой латуни толщиной 0.3 мм. При проведении измерений, один из трех конденсаторов располагался в экваториальной плоскости шара, симметрично относительно оси вращения (Рис.1).

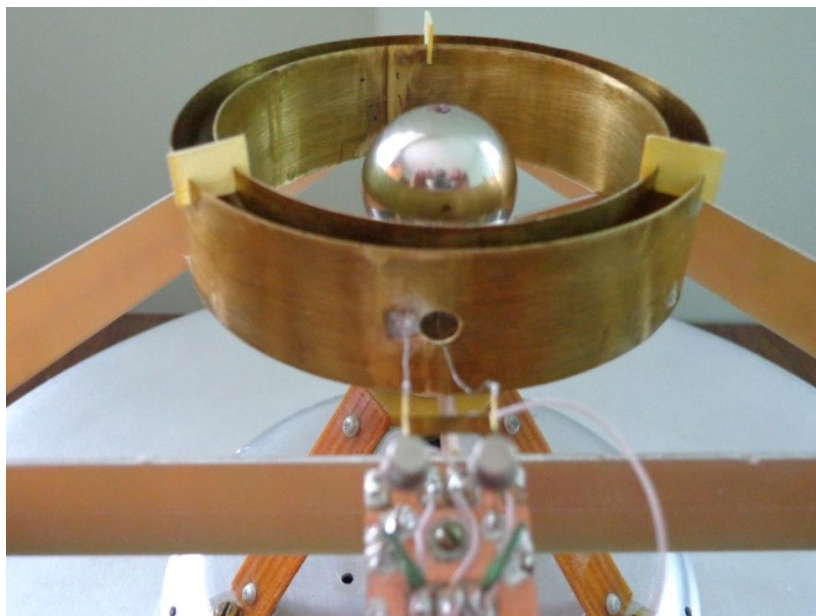


Рис.1. Установка для измерения радиальной компоненты электрического поля (второй цилиндрический конденсатор)

Первый конденсатор имел диаметры обкладок 44.2 ± 1 мм и 56.8 ± 1 мм, высоту 22.0 ± 0.5 мм и 25.0 ± 0.5 мм соответственно. Второй конденсатор имел диаметры обкладок 82 ± 1 мм и 96 ± 1 мм, высоту 26.0 ± 0.5 мм. Третий конденсатор имел диаметры обкладок 117 ± 1 мм и 132 ± 1 мм, высоту 26.0 ± 0.5 мм. Обкладки конденсаторов соединялись тонкими проводниками диаметром 0.15 мм с изолированными затворами полевых транзисторов входного дифференциального усилителя. Погрешность изготовления конденсаторов и выполнения геометрических размеров установки примерно 1 мм

Емкость воздушных конденсаторов и входная емкость полевых транзисторов измерялись измерителем LRC E7-11. Погрешность измерения емкости прибором E7-11 на выбранном диапазоне определялась по формуле $(1+20/C)\%$, где C – измеренная емкость pF. Емкость первого конденсатора составила 7.5 pF с погрешностью 3.7%, второго – 12 pF с погрешностью 2.7%, третьего 15.5 pF с погрешностью 2.3%. Входные емкости полевых транзисторов КП305Д составили 4.7 pF и 5.1 pF с погрешностью примерно 5%.

Во время измерений, шар, конденсатор, входной усилитель были экранированы от внешних полей заземленным алюминиевым экраном. С выхода дифференциального усилителя сигнал подавался на милливольтметр постоянного тока, расположенный вне экранированного объема.

Перед проведением измерений проводилась калибровка усилителя, устанавливалась рабочая точка транзисторов и осуществлялась балансировка дифференциального каскада. Напряжение калибровки составляло 1 мВ с погрешностью 1.5%.

Измерение разности потенциалов на конденсаторах

При проведении измерений регистрировалось отклонение стрелки милливольтметра при раскрутке намагниченного шара от 0 до 24.5 об/с. На каждом конденсаторе были сделаны 10 измерений, найдено среднее значение числа делений и среднеквадратичная погрешность. Каждое из 10 измерений представляло собой среднее значение двух отклонений при вращении шара в

противоположных направлениях (метод двойного отклонения). При вращении шара происходит электризация шара и конденсатора потоками воздуха. Полярность разности потенциалов на конденсаторе, вызванная электризацией, не зависит от направления вращения шара, в то время как полярность электромагнитного сигнала зависит от направления вращения. Вычитая сигналы, полученные при вращении шара в противоположных направлениях, получим вычитание помехи и сложение полезных сигналов. Разность потенциалов на конденсаторах вычислялась по формуле

$$\Delta\varphi = nl \quad (5)$$

где n – среднее число делений, l – цена деления шкалы милливольтметра.

Цена деления шкалы во всех измерениях составляла 0.091 мВ/дел с погрешностью 5%. Полная относительная погрешность измерения разности потенциалов на конденсаторах вычислялась по формуле

$$\frac{\sigma_{\Delta\varphi}}{\Delta\varphi} = \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{n^2} + \frac{\sigma_o^2}{n^2} + \frac{\sigma_l^2}{l^2}} \quad (6)$$

где σ_n – среднеквадратичная погрешность среднего числа делений, σ_o – погрешность отсчета (0.5дел), σ_l – погрешность цены деления шкалы. Для первого конденсатора измеренное значение разности потенциалов составило 1.84 мВ с погрешностью 6%, для второго – 0.59 мВ с погрешностью 11%, для третьего – 0.34 мВ с погрешностью 15%.

Вычисления разности потенциалов на конденсаторах

При вычислении разности потенциалов на конденсаторах нужно учитывать искажение пространственного распределения электрического поля измерительной цепью. Обкладки конденсаторов представляют собой эквипотенциальные поверхности и усредняют распределение потенциала по координате θ (Рис.1). Среднее значение потенциала обкладок конденсаторов вычислялось по формуле

$$\varphi = \frac{1}{\pi/2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\pi/2} \varphi(\theta, r) d\theta = \varphi(r_0) f(\theta_1) \quad (7)$$

где $\varphi(r_0)$ – потенциал середины обкладки, $f(\theta_1)$ – коэффициент усреднения, θ_1 – координата края обкладки цилиндрического конденсатора (Рис.1).

Входная емкость усилителя уменьшает измеряемую разность потенциалов в соответствии с коэффициентом

$$k = \frac{C_c}{C_c + C_{in}} \quad (8)$$

где C_c – емкость цилиндрического конденсатора, C_{in} – входная емкость усилителя.

Емкость шар - обкладка цилиндрического конденсатора также влияет на измеряемую разность потенциалов. Этот эффект трудно оценить, поэтому он не учитывался при вычислениях разности потенциалов. Влияние емкости шар-конденсатор сильнее всего сказывается на конденсаторе, близко расположенном к шару (первый конденсатор, Рис.1). Это влияние можно уменьшить увеличением радиуса конденсатора, увеличением его емкости, а также уменьшением входной емкости транзисторов.

Формула для вычисления разности потенциалов на цилиндрических конденсаторах по формуле (1) имеет вид

$$\Delta\varphi = \frac{m\omega R^2}{3c} \left(\frac{f_1}{r_1^3} - \frac{f_2}{r_2^3} \right) k \quad (9)$$

Здесь: f_1, f_2 – коэффициенты усреднения, вычисляемые из формулы (7); k – коэффициент (8).

Абсолютная погрешность выражения в скобках вычислялась по формуле

$$\sigma_{rf} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (10)$$

Здесь σ_1, σ_2 – абсолютные погрешности первого и второго слагаемого в (9). Относительная погрешность разности потенциалов (9)

$$\frac{\sigma_{\Delta\varphi}}{\Delta\varphi} = \sqrt{\frac{\sigma_m^2}{m^2} + \frac{\sigma_\omega^2}{\omega^2} + \frac{\sigma_{rf}^2}{(r_1^{-3}f_1 - r_2^{-3}f_2)^2} + \frac{\sigma_k^2}{k^2}} \quad (11)$$

Первое слагаемое под корнем дает погрешность 1.5%, второе – 1%, третье (для первого конденсатора) – 16%, четвертое (для первого конденсатора) – 2.4%. Таким образом, основная погрешность вычисленных значений разности потенциалов определяется погрешностью геометрических размеров конденсаторов.

Результаты вычислений разности потенциалов по формуле (9): первый конденсатор $\Delta\varphi_1 = 0.41 \text{ mV}$, с погрешностью 16%; второй конденсатор $\Delta\varphi_2 = 0.05 \text{ mV}$, с погрешностью 13%; третий конденсатор $\Delta\varphi_3 = 0.02 \text{ mV}$, с погрешностью 10%.

Формула для вычисления разности потенциалов по формуле (3) имеет вид

$$\Delta\varphi = \frac{m\omega}{c} \left(\frac{f_1}{r_1} - \frac{f_2}{r_2} \right) k \quad (12)$$

Результаты вычислений разности потенциалов по формуле (12): первый конденсатор $\Delta\varphi_1 = 1.34 \text{ mV}$, с погрешностью 13%; второй конденсатор $\Delta\varphi_2 = 0.55 \text{ mV}$, с погрешностью 11%; третий конденсатор $\Delta\varphi_3 = 0.33 \text{ mV}$, с погрешностью 10%. Все полученные результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1

№ конденсатора	1	2	3
Радиусы обкладок цилиндрических конденсаторов (см)	2.21±0.05	4.10±0.05	5.85±0.05
	2.84±0.05	4.80±0.05	6.60±0.05
Экспериментальные значения разности	1.84 ± 0.11	0.59 ± 0.06	0.34 ± 0.05

потенциалов на конденсаторах (mV)			
Теоретические значения разности потенциалов по формуле (9) (mV)	0.41 ± 0.06	0.055 ± 0.007	0.021 ± 0.002
Теоретические значения разности потенциалов по формуле (12) (mV)	1.34 ± 0.17	0.55 ± 0.06	0.33 ± 0.03

Как видно из таблицы 1, расхождение экспериментальных значений разности потенциалов с вычисленными значениями по формуле (1) больше погрешности измерений. Расхождение экспериментальных значений разности потенциалов и теоретических значений, вычисленных по формуле (3) для первого конденсатора составляет 0.5 mV , что больше погрешности измерений, для второго и третьего конденсаторов расхождение средних значений меньше погрешности измерений. Расхождение 0.5 mV вызвано, возможно, электроемкостью шар – первый конденсатор.

В чем причина больших расхождений полученных экспериментальных результатов с формулой (1) и малых расхождений с формулой (3)?

Все решения, полученные с использованием преобразований специальной теории относительности и последующим решением электростатической задачи, применяли преобразования Лоренца только внутри шара [1,6,7]. Так как магнитное поле шара в его системе покоя распределено не только в объеме шара, но и в окружающем пространстве, преобразования Лоренца для поля также должны применяться как внутри, так и вне шара, при переходе из системы отсчета, вращающейся вместе с шаром, в лабораторную систему отсчета. Решения, применяющие преобразования Лоренца внутри шара и заменяющие их уравнением Лапласа вне шара, некорректны.

Можно показать, что поток вектора напряженности электрического поля, получаемого из (3), через замкнутую цилиндрическую поверхность с образующей, параллельной оси вращения шара, внутри светового цилиндра ($\omega r \ll c$), равен нулю

$$\oint \mathbf{E} ds = \int_0^{2\pi} \rho d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} E_{\rho} dz = 0, \quad (13)$$

где: ρ , φ , z – цилиндрические координаты. Таким образом, полный электрический заряд внутри цилиндрической поверхности равен нулю. Это означает, что применение преобразований Лоренца внутри и вне шара не нарушает закона сохранения электрического заряда. Из формулы (3) и уравнения электростатики следует, что заряд распределен в магнитном поле внутри, на поверхности и вне вращающегося намагниченного шара в виде кажущегося заряда с объемной плотностью

$$\rho = -\frac{\omega \mathbf{B}}{2\pi c} \quad (14)$$

и поверхностной плотностью

$$\sigma = \frac{[\omega \mathbf{r}] \mathbf{j}}{c}. \quad (15)$$

здесь \mathbf{B} – индукция магнитного поля, \mathbf{j} – поверхностная плотность тока на шаре. Действительно, из выражения (14) следует, что плотность заряда не зависит от вещества и существует в вакууме. Таким образом, этот кажущийся электрический заряд не имеет носителей в виде электронов, протонов или ионов и представляет собой проявление чисто релятивистского эффекта первого порядка. Подобно тому, как переменное магнитное поле порождает в окружающем пространстве переменное электрическое поле, так и стационарное магнитное поле движущегося магнита создает в окружающем пространстве стационарное электрическое поле. Источниками этого поля можно считать кажущиеся электрические заряды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе поставлен эксперимент, в котором измерялась разность потенциалов между точками электрического поля, расположенными в экваториальной плоскости вращающегося магнитного шара на разных расстояниях от оси вращения. Полученные экспериментальные данные позволяют утверждать, что наблюдаемое электрическое поле не является квадрупольным. Экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими результатами, рассчитанными по формуле (3). Возможной причиной расхождения эксперимента с квадрупольным полем является некорректная постановка теоретической задачи, обсужденной выше.

Список литературы:

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред: учеб. пособие – М.: Наука, 1982. – 620 с.
2. Альвен.Г., Фельтхаммар К. Г. Космическая электродинамика. Пер. с англ. – М.: Мир, 1967. – 260 с.
3. Wilson M. and Wilson H. A. On the electric effect of rotating a magnetic insulator in a magnetic field // Proc. Roy Soc. – 1913. – V.98(a). –No.608. – P.99- 106.
4. Тимофеев В.Б, Тимофеева Т.Е. Эксперимент по измерению постоянного электрического поля вращающегося магнита // Препринт ИКФИА СО РАН 99-1 . –НФ ЯГУ, 1999. – 35 с.
5. Тимофеев В.Б, Тимофеева Т.Е. Некоторые свойства электрического поля магнитного ротатора // Вестник Северо-Восточного федерального университета . – 2012. – Т.9. – №3. – С.39-42.
6. Кривченков В. Д. Электромагнитное поле намагниченной вращающейся сферы // Вестн. МГУ.– 1949.–N 2.– С.53-55.
7. Kirk T. McDonald. Unipolar Induction via a Rotating Magnetized Sphere// Joseph Henri Laboratories, Princeton University, Princeton NJ 08544 (November 13, 2012).

8. Djuric J. Spinning magnetic fields // J. Appl. Phys.-1975. -V.46.-№2.-P.679-688.